

Juin 2024



## Première année : mathématiques

Contrôle terminal – 2h

Tout document interdit ; calculatrice de la faculté autorisée

### Questions de cours

Retrouver les propriétés de la base cylindrique  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$  à partir de produits scalaires.

Expliciter le quotient de deux nombres complexes  $z$  et  $z'$  à partir de leurs modules  $\rho, \rho'$  et arguments  $\theta, \theta'$ . Le démontrer.

Indiquer l'intervalle de définition de la fonction logarithme népérien ; est-elle dérivable sur l'ensemble de cet intervalle ?

Préciser la valeur de  $\ln(0)$ , de  $\ln(1)$ .

Préciser les variations de la fonction logarithme népérien ainsi que ses limites.

Expliciter la somme  $\ln(a) + \ln(b)$ , ainsi que la différence  $\ln(a) - \ln(b)$ .

Dans la décomposition en série de Fourier d'une fonction  $f(t)$ , rappeler les définitions des coefficients  $a_0, a_n$  et  $b_n$  ; dans le cas spécifique où  $f(t)$  est une fonction impaire, réexprimer ces trois coefficients.

### Dérivation

Calculer la dérivée des fonctions définies par :  $b(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ .

### Utilisation de primitives connues

Calculer :  $A = \int_0^1 \sqrt{3x} dx$ .

### Equation différentielle

Résoudre l'équation différentielle du second ordre suivante :

$$y'' + 2y' + 5y = 5\cos x.$$

### Equation différentielle : parachute

Un parachutiste est freiné par la résistance de l'air, proportionnelle au carré de sa vitesse. On note  $k = 30 \text{ Nm}^{-2}\text{s}^2$  ce coefficient de proportionnalité, et  $m = 80 \text{ kg}$  la masse du parachutiste.

1. Montrer que l'équation différentielle dont la vitesse  $v$  est solution est  $v' = -kv^2/m + g$ .
2. Résoudre l'équation du mouvement si la vitesse initiale est de  $v(0) = 200 \text{ km h}^{-1}$ , vitesse "limite" atteint lors de la chute libre.